

Sparen die Deutschen am falschen Ende?

Infos: www.mued.de

Eine Spartaste für die Toilette, Regenwasser für den Garten und eine Waschmaschine mit geringem Verbrauch: Die Menschen in Deutschland gehen mit Wasser immer sparsamer um. 121 Liter nutzten sie im Durchschnitt pro Tag im Jahr 2010 – so wenig wie nie seit Beginn der statistischen Erfassung 1963.

Dabei gibt es große regionale Unterschiede: In den westdeutschen Flächenländern verwendeten die Menschen durchschnittlich 126 Liter pro Tag, in Ostdeutschland (ohne Berlin) nur 93 Liter. Wasser zu sparen sei ein Trend, der zunehmend zu einem Kostenfaktor werde,

sagt der Sprecher des Verbandes der kommunalen Unternehmen (VKU). Denn übertriebenes Wassersparen führe zu Problemen in Leitungen und Abwasserkanälen. "Schon heute spülen die Wasserversorger in vielen Regionen die Leitungen und Kanäle mit Wasser, damit Rückstände ausgespült werden." Das kostet Geld.

Pro Jahr stehen deutschlandweit 182 Milliarden Kubikmeter Wasser zur Verfügung. "Die öffentliche Wasserversorgung nutzt davon lediglich drei Prozent", betont VKU-Geschäftsführer Hans-Joachim Reck.

aus: *Westfälische Nachrichten*, 10.12.2012

Zum Inhalt

1. Wie viel Prozent liegt der Verbrauch in Ostdeutschland tiefer als in Westdeutschland?
2. Die öffentliche Wasserversorgung liefert nicht nur Wasser an Privatpersonen, sondern z. B. auch an die Industrie. Begründe das durch Rückgriff auf die angegebenen Daten.
3. Warum wird vor weiterem Wassersparen gewarnt?

Mathematische Zusammenhänge

1. a) Die Frage 1 oben lässt sich andersherum formulieren: Wie viel Prozent liegt der Verbrauch in Westdeutschland höher als der in Ostdeutschland?
b) Vergleiche die beiden Ergebnisse. Erläutere, warum sich (hoffentlich) nicht dasselbe Ergebnis ergibt.
c) Wie hängen die beiden Berechnungen zusammen?
2. Der Durchschnittsverbrauch für Deutschland ist nicht das arithmetische Mittel aus dem Verbrauchswert für Ost- und Westdeutschland.
a) Prüfe das.
b) Erläutere an Beispieldaten, wieso das so ist. Versuche eine allgemeine Erläuterung.
c) Aus den drei Durchschnittsdaten lässt sich berechnen, wie hoch der Anteil der West- und der Ostdeutschen ist.

Tipps: Gehe davon aus, dass mit "den westdeutschen Flächenländern" alle Westdeutschen und Berliner gemeint sind. Nenne ihren Anteil an der deutschen Bevölkerung x . Wie groß ist dann der Anteil der ostdeutschen Bevölkerung ohne Berlin?

Zum Inhalt

1. $\frac{93 \ell}{126 \ell} \approx 74 \% \text{ bzw. } -26 \%$

Der Verbrauch in Ostdeutschland liegt gut ein Viertel unter dem Westdeutschlands.

2. Die öffentliche Wasserversorgung nutzt

$$0,03 \cdot 182 \text{ Mrd. m}^3 = 5,46 \text{ Mrd. m}^3.$$

In Deutschland leben rund 82 Mio. Menschen.

Vorgehen I: Verbrauch pro Person

$$\frac{5,46 \text{ Mrd. m}^3}{82 \text{ Mio.}} \approx 66,6 \text{ m}^3 \text{ pro Person} = 66\,600 \ell \text{ pro Person}$$

Der Verbrauch von 66 600 ℓ pro Jahr bzw. 182 ℓ pro Tag pro Person liegt deutlich höher als der angegebene Tagesverbrauch von 121 Litern pro Tag.

Vorgehen II: Gesamtverbrauch der Einwohner

$$121 \ell \cdot 82 \text{ Mio.} \cdot 365 \approx 3,6 \text{ Bio. } \ell = 3,6 \text{ Mrd. m}^3.$$

Die Bevölkerung verbraucht mit rund 3,6 Mrd. m³ deutlich weniger als die Wasserwerke nutzen (5,5 Mrd. m³).

Auswertung: Bei beiden Vorgehen ergibt sich, dass die öffentliche Wasserversorgung sehr viel mehr Wasser bereitstellt als die Privatpersonen in Deutschland gebrauchen. Es bleibt noch viel Wasser für andere Nutzer wie die Industrie übrig.

3. Wenn zu wenig Wasser durch die Abflussrohre fließt, so bleiben Rückstände in den Rohren haften. Die müssen dann durch zusätzliche Wasserspülungen beseitigt werden. Insofern verursachen weitere Einsparungen technische Probleme, die einen zusätzlichen Kostenaufwand bedeuten.

Mathematische Zusammenhänge

1. a) $\frac{126 \ell}{93 \ell} \approx 1,35 \text{ bzw. } +35 \%$

Der Verbrauch in Westdeutschland liegt rund 35 % über dem Ostdeutschlands.

b) Die Rechnung in 1 oben bezieht sich auf den größeren Grundwert 126 ℓ, so dass sich ein kleinerer Vergleichsprozentsatz von -26 % ergibt.

Die Rechnung hier in 1a hat als Grundwert den kleineren Wert von 93 ℓ, so dass sich ein größerer Vergleichsprozentsatz von +35 % ergibt.

c) Der eine Faktor ist der Kehrwert des anderen: $\frac{1}{74 \%} = \frac{1}{0,74} \approx 1,35$

2. a) $\frac{126+93}{2} = 109,5 \neq 121$

Das arithmetische Mittel und der angegebene Durchschnitt stimmen nicht überein.

b) Beispiel: In einer Klasse gibt es 28 Mädchen mit einer Durchschnittsgröße von 1,65 m und 2 Jungen mit durchschnittlich 1,70 m.

Als Gesamtmittelwert ergibt sich **nicht** $\frac{1,65 \text{ m} + 1,70 \text{ m}}{2} = 1,675 \text{ m}$, da die beiden Jungengrößen gegenüber den 28 Mädchengrößen kaum ins "Gewicht" fallen.

Der Gesamtmittelwert ist vielmehr $\frac{28 \cdot 1,65 \text{ m} + 2 \cdot 1,70 \text{ m}}{30} \approx 1,653 \text{ m}$. Er liegt also sehr nahe am Mittelwert der Mädchen.

Allgemein: Sind Mittelwerte von Teilgruppen bekannt, so ergibt sich der Gesamtmittelwert nicht direkt als arithmetisches Mittel der Mittelwerte. Vielmehr müssen die Einzelmittelwerte mit den Gruppengrößen gewichtet werden.

Am Beispiel:

$$\frac{28 \cdot 1,65 \text{ m} + 2 \cdot 1,70 \text{ m}}{30} = \frac{28}{30} \cdot 1,65 \text{ m} + \frac{2}{30} \cdot 1,70 \text{ m} \approx$$

$$93,3 \% \cdot 1,65 \text{ m} + 6,7 \% \cdot 1,70 \approx 1,653 \text{ m}$$

Die Mädchen stellen 93,3 % der Klasse, deshalb geht ihre Durchschnittsgröße auch mit diesem "Gewicht" in die Rechnung ein; die Größe der Jungen mit 6,7 %, ihrem "Gewicht" in der Klassenzusammensetzung.

c) Der Bevölkerungsanteil der Westdeutschen: x

Der Bevölkerungsanteil der Ostdeutschen: $1 - x$

$$x \cdot 126 + (1 - x) \cdot 93 = 121$$

$$x \approx 0,85$$

$$1 - x \approx 0,15$$

Aus den Durchschnittsangaben ergibt sich, dass die Westdeutschen rund 85 %, die Ostdeutschen und 15 % der Gesamtbevölkerung ausmachen. Zählt man Berlin zu den Westdeutschen, so stimmt die Angabe in etwa.

ZUM ARBEITSBLATT DES MONATS JANUAR 2013

Das **Arbeitsblatt des Monats Januar** heißt **Wassersparen – pro und contra**. Wassersparen, Ost-West-Unterschiede, Rückschlüsse auf Verbraucher, Prozentsätze, Wahl des Grundwertes, Durchschnittsberechnung(sfehler), Rückschlüsse aus Mittelwertdaten auf Anteile – das alles steckt in dem Arbeitsblatt, dass mit unterschiedlicher Akzentsetzung und evtl. gekürztem Text in den Mathematikunterricht der Klasse 7 und 8 passt.