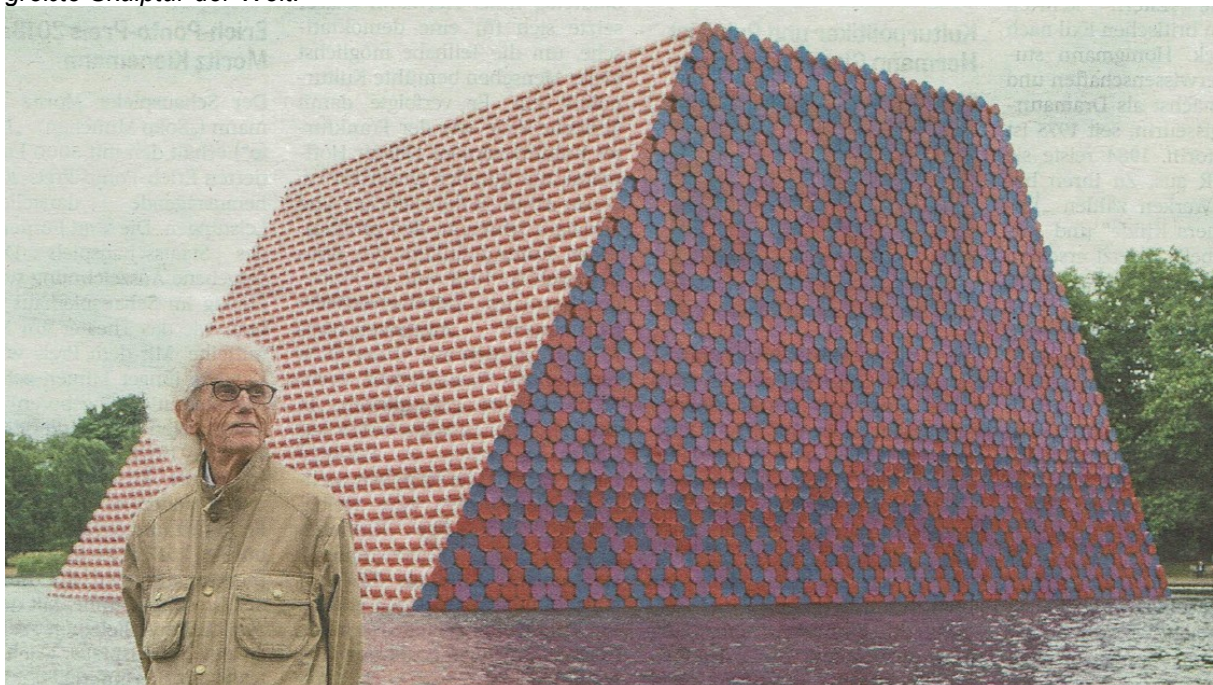


Christos „London Mastaba“

Pyramidenstumpf aus Fässern

„The Mastaba“ in London – eine gigantische Skulptur aus 7506 bunt bemalten, liegend gestapelten Ölfässern – ist nicht zu übersehen. Zwanzig Meter hoch ragt das Kunstwerk – in Form einer Pyramide mit abgeschnittener Spitze – aus dem Wasser hervor. Der trapezförmige Koloss auf der schwimmenden Plattform von 30 Metern Breite und 40 Metern Länge bleibt dort bis zum 23. September verankert. Er dürfte zur Attraktion des Sommers werden.

Schon Ende der 1970er Jahre konzipierte Christo eine „Mastaba“ für die Wüste Abu Dhabi, die aus 410 000 bunten Ölfässern bestehen soll. Es wäre mit einer Höhe von 150 Metern und 300 Metern Länge die größte Skulptur der Welt.



nach: Westfälische Nachrichten, 19.6.2018

1. Sind die geometrischen Fachbegriffe korrekt benutzt?
 - a) „Pyramidenstumpf“
 - b) Pyramidenstumpf als „Pyramide mit abgeschnittener Spitze“
 - c) „trapezförmiger Koloss“
- 2a) Zähle die Anzahl der Fässer an den vier unterschiedlich langen Kanten. Einigt euch in eurer Gruppe auf Werte.
 - b) Die Fässerlagen nehmen an der Frontseite von einer Lage zur nächsten links und rechts jeweils um ein halbes Fass, insgesamt also um ein Fass ab. Passen eure gezählten Daten dazu?
- 3a) Wie viele Fässer wären insgesamt gestapelt, wenn auch innen nur Fässer liegen würden?
 - b) Vergleiche mit der angegebenen Fässerzahl. Also...?
- 4a) Wenn nur die Seitenflächen und die Deck- und Bodenfläche aus Fässern bestehen und innen eine Holz- oder Stahlkonstruktion das Kunstwerk zusammenhält. Wie viele Fässer wären das?
 - b) Oder der Boden fehlt ...?
 - c) Oder zusätzlich ist das Prisma oben offen ...?
5. Passen die Daten über die geplante Riesen-Mastaba zu der in London?

Bearbeitung

1a) Eine Pyramide ist ein spitzer Körper. Die Seitenflächen laufen in einer Spitze zusammen, müssen also geneigt sein. Der Körper der Mastaba hat senkrechte Seitenflächen vorne und hinten, ist also keine Pyramide und auch kein Pyramidenstumpf. Die Boden- und Deckfläche stehen wie die schrägen Seitenflächen senkrecht zu der vorderen und hinteren Stirnfläche. Solche Körper nennt man Prismen.

Stellt man sich den Koloss so vor, dass die vordere Stirnfläche unten liegt, die hintere oben, dann liegt die übliche Definition eines Prismas vor:

Ein Prisma ist ein Körper mit kongruenter Grund- und Deckfläche, die parallel zueinander liegen. Die Seitenflächen sind Rechtecke, die senkrecht auf der Grundfläche stehen.

Das ist wegen der Vorgabe der rechten Winkel ein Spezialfall der allgemeinen Definition:

Ein Prisma (Mehrzahl: *Prismen*) ist ein geometrischer Körper, der durch Parallelverschiebung eines ebenen Vielecks entlang einer nicht in dieser Ebene liegenden Geraden im Raum entsteht. Das gegebene Vieleck wird als Grundfläche bezeichnet, die gegenüberliegende Fläche als Deckfläche. Die Gesamtheit aller übrigen Begrenzungsflächen heißt Mantelfläche. Die Seitenkanten des Prismas, die Grund- und Deckfläche verbinden, sind zueinander parallel und alle gleich lang. Grund- und Deckfläche sind zueinander kongruent (deckungsgleich) und parallel. wikipedia, 21.6.2018

b) Ein Pyramidenstumpf ist eine Pyramide mit abgeschnittener Spitze, aber zusätzlich gilt, dass die obere Fläche parallel zur unteren liegen muss.

Ein Pyramidenstumpf entsteht dadurch, dass man von einer Pyramide (Ausgangspyramide) parallel zur Grundfläche eine kleinere, ähnliche Pyramide (Ergänzungspyramide) abschneidet.

wikipedia, 21.6.2018

c) Der Koloss hat eine trapezförmige Stirn- und Rückseite, da sie Vierecke sind mit zwei parallelen Seiten oben und unten.

Ein Trapez ist in der Geometrie ein ebenes Viereck mit zwei parallel zueinander liegenden Seiten.

wikipedia, 21.6.2018

2a) Meine Zählung

Stirnfläche unten: 69 Fässer; oben: 29 Fässer

Seitenfläche unten bzw. oben: 34 Fässer (halbes vorne und hinten); schräg: 41 Fässer

b) Die 69 Fässer an der Stirnseite unten müssten bis oben um 40 Fässer abnehmen (Zahl der Lagen, die man an der schrägen Seitenfläche zählt), da es nach der untersten 40 weitere Lagen gibt;

$$69 - 40 = 29$$

Das passt zueinander.

3a) Auf der Stirnfläche sind $A = \frac{69+29}{2} \cdot 41 = 2009$ Fässer gestapelt. (Trapezformel)

Dann wären im gesamten Prisma $2009 \cdot 34 = 68\,306$ Fässer.

b) Da nur 7506 Fässer verbaut wurden, ist das Prisma nicht mit Fässern gefüllt.

4. Stirn- und Rückseite haben 2009 Fässer (s. 3a). Die schrägen Seitenflächen haben jeweils $34 \cdot 41 = 1394$ Fässer. Der Boden hat $69 \cdot 34 = 2346$ Fässer, die Deckfläche $34 \cdot 29 = 986$ Fässer.

a) $O = 2 \cdot (2009 + 1394) + 2346 + 986 = 10\,138$ – zu viel

b) $10\,138 - 2346 = 7792$ – etwas zu viel

c) $7792 - 986 = 6806$ – etwas zu wenig

Die Außenfläche ohne Boden kommt der im Artikel genannten Fässerszahl von 7506 am nächsten. Unklar bleibt, wie viele Fässer unter der Wasseroberfläche liegen.

5. Höhe: $\frac{150 \text{ m}}{20 \text{ m}} = 7,5$

Länge: $\frac{300 \text{ m}}{40 \text{ m}} = 7,5$

Breite: Dazu gibt es keine Angaben, aber auch dort nehme ich einen Faktor 7,5 an. Damit nehme ich die geplante Mastaba ähnlich zu der in London an, d.h. die Länge, Breite und Höhe sind jeweils um denselben Faktor größer.

Bei allen Flächenberechnungen werden immer zwei Seitenlängen miteinander multipliziert, d.h. der Vergrößerungsfaktor 7,5 kommt zweimal als Faktor vor. Alle Flächen sind $7,5^2 = 56,25$ mal so groß wie in London.

Damit sind auch 56,25mal so viele Fässer nötig wie in London.

$$7506 \cdot 56,25 \approx 422\,000$$

Das passt in etwa zur angegebenen Fässerzahl.

Kommentar zum ABdM 7/2018

Christo hat wieder ein Riesenprojekt realisiert. Mitte Juni stand es in allen Zeitungen. Der riesige Pyramidenstumpf ist aber keiner! Das ist Anlass, die geometrischen Termini zu schärfen. Und die genannten Längenangaben und die Fässerzahlen können kritisch geprüft werden – in Klasse 8; oder mit Pythagoras für die Weiterführung in Klasse 9/10. Macht jemand bis zum 23. September eine Klassen- oder eine Privatfahrt nach London? Die eine oder andere noch offen gebliebene Frage lässt sich vor Ort ja vielleicht beantworten. Bitte Nachricht an mued@mued.de.